Sahline | | A.S :2008/2009

Devoir à la maison N°1

Classes 4ème sc2

Exercice N°1:

Soit $P(z)=z^3-(4+3i)z^2+(5+8i)z+4-7i$

1/a) Calculer P(i)

b) Déterminer les nombres complexes a , b et c tel que pour tout nombre complexes z :

$$P(z)=(z-i).(az^2+bz+c)$$

c) Résoudre alors l'équation P(z) =0

2/ Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A(i) ; B(2 – i) et C (2+3i)

a) Mettre sous forme exponentielle le nombre complexe $u=\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

b) En déduire que ABC est un triangle isocèle rectangle en A

Exercice N°2:

1/ Soit la fonction $g(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

a) Montrer que g est dérivable sur $]-2,2[$ puis calculer $g'(x)$

b) Dresser le tableau de variation de g

c) Montrer que g admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J à préciser

d) Déduire que l'équation g(x)=0 admet une solution unique α dans $]-2,2[$

e) Donner alors le signe de g(x) sur $]-2,\,2[$

2/ Soit la fonction $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$

a) Etudier la dérivabilité de f à droite en (- 2) et à gauche en (2) ; Interpréter graphiquement les résultats

b) Dresser le tableau de variation de f

c) Tracer ζ_f dans un RO.N $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

3/a) Monter que pour $x\in[0,1]$ on a $|g(x)|\le 1$

b) En déduire que pour $x\in[0,1]$ on a $|f(x)-2|\le x$

Exercice N°3:

1/ Résoudre dans C , l'équation (E) : $z^2+z+1+i=0$

2/ Résoudre dans C les équations, $z^3=i$ et $z^3=-1+i$.

3/ En déduire les solutions, dans C , de l'équation (E') : $Z^6+Z^3+1+i=0$

Exercice N°4:

Soit f la fonction définie sur $]0,4[$ par $f(x) = \dfrac{x-2}{\sqrt{4x-x^2}}$

1/a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x)$; Interpréter graphiquement les résultats obtenus

b) Dresser le tableau de variation de f

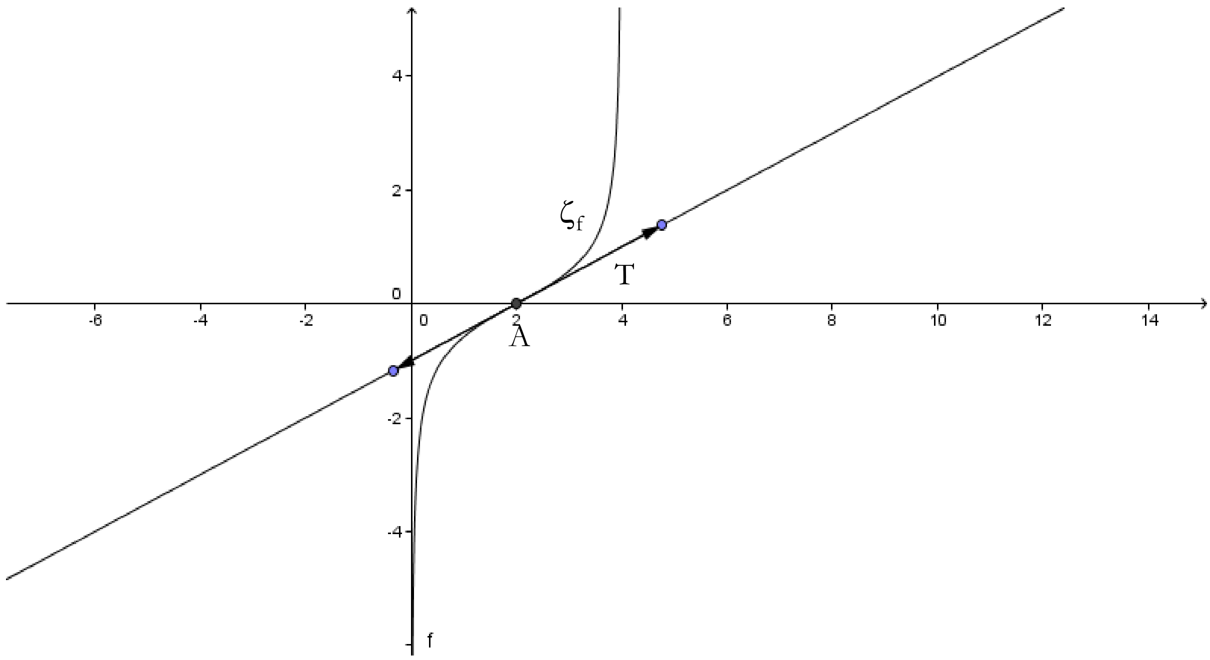
c) Donner une équation de la tangente T à ζ_f au point A(2 ,0)

2/a) Montrer que f réalise une bijection de $]0,4[$ sur un intervalle J à préciser

b) Donner le tableau de variation de f^{-1}, fonction réciproque de f

c) Montrer que pour tout $x \in J$ on a : $f^{-1}(x) = 2(1 + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}})$

3/ La figure ci-dessous représente une partie de la courbe ζ_f et la tangente T dans un RO.N $(O, \vec{i}, \vec{j})$



a) Compléter ζ_f

b) En utilisant le graphe étudier la position ζ_f et T ; Conclure

c) Tracer la courbe $\zeta_{f^{-1}}$ dans le même repère